

Topic 1: BLUE-Eigenschaften und OLS-Annahmen

Block 3: Komplexitaet, Kausalitaet & Generalisierung

January 25, 2026

BLUE steht fuer:

- **Best:** Kleinste Varianz unter allen linearen erwartungstreuen Schaetzern
- **Linear:** Schaetzer ist eine lineare Funktion der abhaengigen Variable
- **Unbiased:** Erwartungswert des Schaetzers entspricht dem wahren Parameter
- **Estimator:** Schaetzfunktion fuer Regressionskoeffizienten

Gauss-Markov-Theorem:

- Unter bestimmten Annahmen ist OLS der beste lineare erwartungstreue Schaetzer
- Garantiert effiziente Schaetzungen bei korrekter Modellspezifikation

OLS liefert BLUE-Schaetzer unter den klassischen Annahmen

Fuenf zentrale Annahmen fuer BLUE-Eigenschaften:

1. **Linearitaet:** Der wahre Zusammenhang ist linear in den Parametern
2. **Keine perfekte Multikollinearitaet:** Unabhaengige Variablen sind nicht vollstaendig linear abhaengig
3. **Exogenitaet:** Erwartungswert der Residuen ist Null, $E[\varepsilon|X] = 0$
4. **Homoskedastizitaet:** Konstante Fehlervarianz, $\text{Var}(\varepsilon|X) = \sigma^2$
5. **Keine Autokorrelation:** Fehler sind unkorreliert, $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$

Zusaetzlich fuer Inferenz: Normalverteilte Residuen

Verletzungen fuehren zu ineffizienten oder verzerrten Schaetzungen

Kleinste Varianz unter linearen erwartungstreuen Schätzern:

- OLS minimiert die Varianz der Schätzungen
- Effizienz: Präzisere Schätzungen als andere lineare Methoden
- Engere Konfidenzintervalle und höhere statistische Power

Einschränkungen:

- Gilt nur unter den OLS-Annahmen (insbesondere Homoskedastizität)
- "Best" nur unter *linearen* Schätzern – nichtlineare Methoden können besser sein
- Bei Verletzung der Annahmen können robuste oder gewichtete Verfahren effizienter sein

BLUE garantiert Effizienz nur im engen Rahmen klassischer Annahmen

Residuen-Plots:

- **Residuals vs Fitted:** Linearitaet und Homoskedastizitaet pruefen
- **Normal Q-Q:** Normalverteilung der Residuen pruefen
- **Scale-Location:** Homoskedastizitaet visuell bewerten
- **Residuals vs Leverage:** Einflussreiche Beobachtungen identifizieren

Formale Tests:

- **Breusch-Pagan-Test:** Heteroskedastizitaet testen
- **Durbin-Watson-Test:** Autokorrelation pruefen
- **VIF (Variance Inflation Factor):** Multikollinearitaet quantifizieren

In R: `plot(model)` erzeugt alle vier Standard-Diagnostik-Plots

Systematische Residuenmuster signalisieren Annahmenverletzungen

Verletzung	Konsequenz
Nichtlinearitaet	Verzerrte Schaetzungen, Modell falsch spezifiziert
Multikollinearitaet	Hohe Standardfehler, instabile Schaetzungen, breite Konfidenzintervalle
Exogenitaet verletzt	Verzerrte und inkonsistente Schaetzungen (endogenes Regressor-Problem)
Heteroskedastizitaet	Falsche Standardfehler, ungueltige Hypothesentests, OLS nicht mehr BLUE
Autokorrelation	Zu optimistische Standardfehler, ueberschaetzte Signifikanz

Loesungsansaeetze:

- Robuste Standardfehler (HC3, Newey-West)
- Transformationen (Log, Box-Cox)
- Gewichtete Kleinste Quadrate (WLS)
- Instrumentvariablen bei Endogenitaet

Annahmenverletzungen erfordern angepasste Schaetz- oder Inferenzmethoden