

Topic 4: Fehlertypen & Power

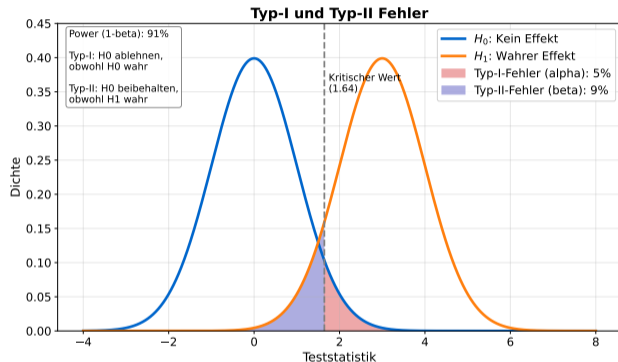
Zwei Arten von Fehlern:

Typ-I Fehler (>):

- Falsch Positiv
- H ablehnen, obwohl sie wahr ist
- Effekt finden, wo keiner ist

Typ-II Fehler (>):

- Falsch Negativ
- H beibehalten, obwohl H wahr ist
- Effekt übersehen, der existiert



Trade-off: Strenge Signifikanzschwelle (kleines α) erhöht

Beispiel: Marketing-Kampagne testen

Typ-I Fehler:

- Kampagne starten, die nicht wirkt
- **Kosten:** Kampagnenbudget ausgegeben
- Opportunity Cost
- Falsche Erfolgsmeldung

Typ-II Fehler:

- Wirksame Kampagne nicht starten
- **Kosten:** Entgangener Gewinn
- Wettbewerbsnachteil
- Verpasste Chance

Kernfrage für Entscheider:

Welcher Fehler ist teurer?
(bestimmt die optimale Signifikanzschwelle)

Statistische Entscheidungen haben ökonomische Konsequenzen

Definition:

$$\text{Power} = 1 - \beta = P(\text{H ablehnen} \mid \text{H wahr})$$

Wahrscheinlichkeit, einen echten Effekt zu finden

Power hängt ab von:

- **Stichprobengröße n:** Größere Stichprobe → höhere Power
- **Effektgröße d:** Größerer Effekt → leichter zu finden
- **Signifikanzniveau :** Höheres → höhere Power (aber mehr Typ-I!)
- **Varianz:** Weniger Rauschen → höhere Power

Standard in der Forschung:

- Power 80% angestrebt
- $\alpha = 5\%$

Power-Analyse bestimmt nötige Stichprobengröße

Faustregel für t-Test (Power = 80%, α = 5%):

$$n \approx \frac{16}{d^2} \text{ pro Gruppe}$$

Beispiel: Mittlerer Effekt $d = 0.5 \rightarrow n = 64$ pro Gruppe

Exakte Berechnung in R mit pwr-Paket:

```
library(pwr)

# Zwei-Stichproben t-Test
pwr.t.test(d = 0.5,          # Effektgröße
           power = 0.80,    # Gewünschte Power
           sig.level = 0.05,
           type = "two.sample")
# → n = 63.8 pro Gruppe
```

Wichtig: Power-Analyse VOR Datenerhebung!

Zu kleine Stichproben verschwenden Ressourcen – zu große auch