

Block 2: Statistische Inferenz

Topic 3: Traditionelle Tests

Die klassischen Tests:

- **t-Test:** Vergleich von 2 Mittelwerten (z.B. Behandlung vs. Kontrolle)
- **ANOVA:** Vergleich von mehreren Gruppen (>2 Mittelwerte)
- **Chi-Quadrat-Test:** Test für kategoriale Variablen (Häufigkeiten)
- **Shapiro-Wilk-Test:** Test auf Normalverteilung

Gemeinsames Prinzip:

- Alle Tests sind Spezialfälle des gleichen Grundprinzips
- Berechne eine Teststatistik aus den Daten
- Vergleiche mit theoretischer Verteilung unter H_0
- Berechne p-Wert: Wie wahrscheinlich sind die Daten unter H_0 ?

Wichtig: Alle basieren auf Verteilungsannahmen (z.B. Normalverteilung)

Traditionelle Tests nutzen theoretische Verteilungen statt Resampling

Ein-Stichproben t-Test: Ist der Mittelwert gleich einem bestimmten Wert?

```
t.test(x, mu = 100) # H0: Mittelwert ist 100
```

Zwei-Stichproben t-Test: Unterscheiden sich zwei Gruppen?

```
t.test(x, y) # Welch-Test (ungleiche Varianzen)  
t.test(x, y, var.equal = TRUE) # Student-Test (gleiche Varianzen)
```

Gepaarter t-Test: Für verbundene Stichproben (z.B. Vorher/Nachher)

```
t.test(x, y, paired = TRUE)
```

Welch vs. Student:

- **Welch-Test:** Standard in R, robust gegen ungleiche Varianzen
- **Student-Test:** Klassisch, setzt gleiche Varianzen voraus

Der t-Test ist der Standard-Test für Mittelwertvergleiche

Frage: Unterscheiden sich die Mittelwerte von mehr als 2 Gruppen?

Hypothesen:

- H_0 : Alle Gruppenmittelwerte sind gleich ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots$)
- H_1 : Mindestens ein Mittelwert ist unterschiedlich

Teststatistik: $F\text{-Statistik} = \frac{\text{Varianz zwischen Gruppen}}{\text{Varianz innerhalb Gruppen}}$

- Große F-Statistik \Rightarrow große Unterschiede zwischen Gruppen
- Kleine F-Statistik \Rightarrow keine systematischen Unterschiede

R-Syntax:

```
model <- aov(response ~ group, data = data)
summary(model)
```

Post-hoc Tests: Welche Gruppen unterscheiden sich konkret?

```
TukeyHSD(model) # Paarweise Vergleiche aller Gruppen
```

ANOVA ist die Verallgemeinerung des t-Tests auf mehrere Gruppen

Typische Output-Tabelle:

Variable	Estimate	Std.Error	t-value	p-value
(Intercept)	50.2	2.1	23.9	<0.001 ***
x1	3.5	0.8	4.4	<0.001 ***
x2	-1.2	0.6	-2.0	0.045 *
x3	0.3	0.4	0.8	0.435

Spalten erklärt:

- **Estimate:** Geschätzter Koeffizient (Effekt der Variable)
- **Std.Error:** Unsicherheit der Schätzung (Standardfehler)
- **t-value:** Teststatistik = Estimate / Std.Error
- **p-value:** Wahrscheinlichkeit unter H_0 (kein Effekt)

Signifikanzsterne:

- *** $p < 0.001$ (hochsignifikant), ** $p < 0.01$, * $p < 0.05$

Regressionstabellen zeigen für jeden Koeffizienten einen eigenen t-Test