

Block 2: Statistische Inferenz und Bootstrapping

Topic 1: Statistische Inferenz

Kernfrage: Wie können wir von einer **Stichprobe** auf die **Population** schließen?

Signal vs. Rauschen

- Signal = echter Effekt in der Population
- Rauschen = zufällige Schwankungen in der Stichprobe
- Ziel: Signal vom Rauschen trennen

Drei zentrale Fragen

1. **Präzision:** Wie genau ist unsere Schätzung?
2. **Signifikanz:** Ist der Effekt echt oder Zufall?
3. **Sicherheit:** Wie sicher sind wir uns?

Statistische Inferenz ermöglicht datenbasierte Aussagen über Populationen trotz begrenzter Stichproben.

Inferenz schließt von der Stichprobe auf die Population

Problem: Verschiedene Stichproben liefern verschiedene Ergebnisse!

Stichprobenvariabilität

- Jede Stichprobe ist einzigartig
- Mittelwert \bar{x} variiert zwischen Stichproben
- Kleinere Stichproben = größere Variabilität
- Größere Stichproben = stabilere Schätzungen

Standardfehler (SE)

Der Standardfehler quantifiziert die Unsicherheit:

$$SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- s = Standardabweichung der Stichprobe
- n = Stichprobengröße
- SE sinkt mit \sqrt{n}

Der Standardfehler misst die Präzision unserer Schätzung

Definition: Ein **95%-Konfidenzintervall** ist ein Bereich, der bei wiederholter Stichprobenziehung in 95% der Fälle den wahren Populationsparameter enthält.

Berechnung (Normal-Approximation)

$$95\text{-KI} = \bar{x} \pm 1.96 \times SE$$

- \bar{x} = Stichprobenmittelwert
- SE = Standardfehler
- 1.96 = 97.5%-Quantil der Normalverteilung

Richtige Interpretation

Korrekt:

“Bei wiederholter Stichprobenziehung würden 95% der berechneten Intervalle den wahren Wert enthalten.”

Falsch:

“Der wahre Wert liegt mit 95% Wahrscheinlichkeit in diesem Intervall.”

KIs quantifizieren die Unsicherheit unserer Schätzung

Definition: Der **p-Wert** ist die Wahrscheinlichkeit, einen Effekt von mindestens der beobachteten Größe zu sehen, wenn die Nullhypothese wahr ist.

Was der p-Wert IST

- Maß für die Kompatibilität der Daten mit der Nullhypothese
- Je kleiner p , desto unwahrscheinlicher sind die Daten unter H_0
- Konvention: $p < 0.05 =$ "statistisch signifikant"

Was der p-Wert NICHT ist

- × **Nicht** die Wahrscheinlichkeit, dass H_0 wahr ist
- × **Nicht** die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers
- × **Nicht** die Größe des Effekts
- × **Nicht** die praktische Relevanz

Wichtig: Ein kleiner p-Wert bedeutet nicht automatisch einen wichtigen Effekt. Große Stichproben können triviale Effekte signifikant machen!

p-Werte messen die Kompatibilität mit der Nullhypothese, nicht die Wahrscheinlichkeit der Hypothese