

Übungsblatt: Hypothesentests II

Aufgaben

BSc Wahrscheinlichkeit und Statistik (Module B09 bis B11) · Gruppenarbeit

Auftrag. Bearbeitet die Aufgaben in Gruppen. Rechnet zuerst von Hand (Hypothesen, Teststatistik, Entscheidung gegen $\alpha = 0,05$, Interpretation), prüft danach in R. Die Lösungen werden gemeinsam besprochen.

Teil A: Tests auswählen und durchführen

Aufgabe 1: Welcher Test passt?

Ordnet jeder Situation den passenden Test zu und formuliert H_0 und H_1 .

- (a) Ein Manager schlägt den Index in 14 von 20 Monaten. Trefferquote $> 50\%$?
- (b) Mittlere Tagesrendite einer Strategie ($n = 250$): weicht sie von 0 ab?
- (c) Zwei *unabhängige* Fonds: unterscheiden sich die mittleren Renditen?
- (d) Dieselben 10 Tage, zwei Strategien: hat A einen Vorteil gegenüber B?

Aufgabe 2: Binomialtest

Ein Manager schlägt die Benchmark in **14 von 20** Monaten. Ist er besser als ein Münzwurf? $H_0: p = 0,5$ $H_1: p > 0,5$ (einseitig).

Aufgabe 3a: Einstichproben- t -Test (grosse Stichprobe)

Tagesrenditen, $n = 250$, $\bar{x} = 0,12\%$, $s = 0,90\%$. $H_0: \mu = 0$ $H_1: \mu \neq 0$.

Aufgabe 3b: Einstichproben- t -Test (kleine Stichprobe)

12 Monatsrenditen (%): 0,5 -0,2 1,1 0,8 -0,5 1,4 0,2 0,9 -0,1 1,2 0,6 0,7. Liegt der Mittelwert beim Ziel $\mu_0 = 0,3\%$? $H_0: \mu = 0,3$ $H_1: \mu \neq 0,3$.

Aufgabe 4: Zweistichproben- t -Test

Zwei *unabhängige* Fonds: A ($n = 30$, Mittel 1,20%, $s = 0,80\%$), B ($n = 30$, Mittel 0,60%, $s = 0,90\%$). Unterscheiden sich die mittleren Renditen? $H_0: \mu_A = \mu_B$ $H_1: \mu_A \neq \mu_B$.

Aufgabe 5: Paardifferenzentest (gepaart)

Zwei Strategien an *denselben* 10 Tagen (%):

A	1,2	-0,5	0,8	1,5	-0,2	0,9	1,1	0,4	-0,3	1,0
B	0,9	-0,7	0,5	1,0	-0,4	0,6	0,8	0,2	-0,5	0,7

Hat A einen Vorteil gegenüber B (Differenz $d = A - B$)?

$H_0: \mu_d = 0$ $H_1: \mu_d \neq 0$

Teil B: χ^2 -Tests

Aufgabe 6: χ^2 -Anpassungstest

Tage mit positiver Rendite je Wochentag (Total 100):

	Mo	Di	Mi	Do	Fr
beobachtet O	29	15	14	27	15

Sind die positiven Tage gleich über die Woche verteilt? H_0 : gleichverteilt H_1 : nicht gleichverteilt.

Aufgabe 7: χ^2 -Unabhängigkeitstest

Rating gegen Ausfall (200 Anleihen):

	Ausfall ja	Ausfall nein	Summe
Investment Grade	5	95	100
High Yield	20	80	100
Summe	25	175	200

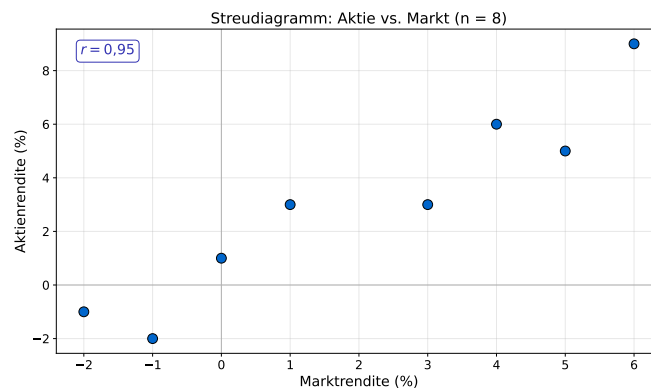
Sind Rating und Ausfall unabhängig? H_0 : unabhängig H_1 : abhängig.

Teil C: Korrelation und Regression

Aufgabe 8: Kovarianz, Korrelation, Streudiagramm

8 Monatsrenditen (%): Markt x und Aktie y .

x (Markt)	-2	-1	0	1	3	4	5	6
y (Aktie)	-1	-2	1	3	3	6	5	9



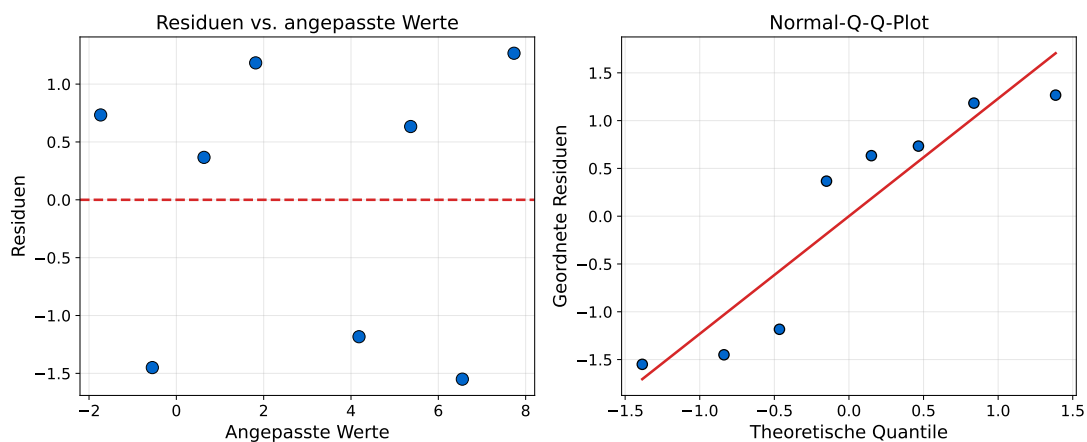
Berechnet Kovarianz, Pearson- r und Spearman- ρ und deutet das Streudiagramm.

Aufgabe 9: Lineare Regression (CAPM)

Gleiche Daten wie Aufgabe 8. Regressiert die Aktie auf den Markt, $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$. Schätzt β (Marktsensitivität), α (Überrendite) und R^2 und interpretiert.

Aufgabe 10: Residuen- und Q-Q-Plot

Prüft die Modellannahmen der Regression aus Aufgabe 9. Was sagen die beiden Plots?



Teil D: Gruppenaufgaben

G1: Welcher Test? (6 Szenarien)

Ordnet jedem Szenario den Test zu und begründet.

1. Anteil defekter Trades $> 2\%$?
2. Mittlere Sharpe-Ratio zweier Strategien (gleiche Tage) verschieden?
3. Renditen vor und nach einem Regimewechsel (zwei Gruppen) verschieden?
4. Sind Branche und Ausfall (ja/nein) unabhängig?
5. Hängt die Aktienrendite linear von der Marktrendite ab?
6. Ist die Verteilung der Ratings wie vom Index vorgegeben?

G2: R-Ausgabe interpretieren

Lest die Ausgabe und nennt Teststatistik, df, p -Wert, Entscheidung und einen Schlusssatz.

```
Welch Two Sample t-test
t = 2.73, df = 57.2, p-value = 0.0084
95 percent confidence interval: 0.16 1.04
mean of x mean of y : 1.20 0.60
```

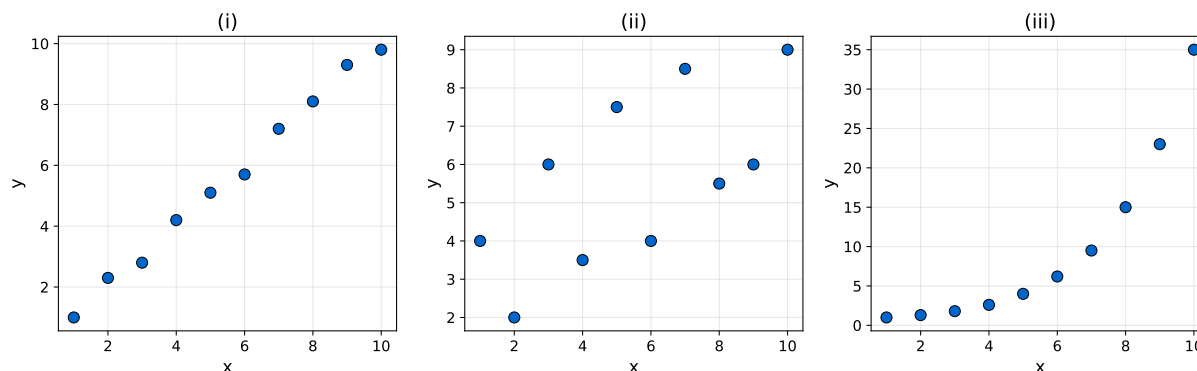
G3: Findet den Fehler

Was ist jeweils falsch, und wie korrigiert ihr es?

1. "Wir testen zwei Strategien an denselben 10 Tagen mit `t.test(A, B)` ohne `paired`."
2. " $p = 0,12 > 0,05$, also ist H_0 bewiesen."
3. " $r = 0,9$ zwischen Werbung und Umsatz, also verursacht Werbung den Umsatz."

G4: Streudiagramm mit Augenmass

Unten seht ihr drei Punktwolken (i), (ii), (iii).



- (a) Ordnet sie nach Stärke des *linearen* Zusammenhangs.
- (b) Skizziert je die ungefähre Regressionsgerade.
- (c) Bei welcher Wolke weichen Pearson- r und Spearman- ρ am stärksten ab, und warum?