Lineare Optimierung – Quiz

30 Fragen

BSc Analysis

Frage 1

Was ist eine Zielfunktion in einem linearen Programm?

A. Eine Nebenbedingung, die eingehalten werden muss
B. Eine lineare Funktion, die maximiert oder minimiert werden soll
C. Die Menge aller zulaessigen Loesungen
D. Ein quadratischer Ausdruck in den Entscheidungsvariablen

Frage 1

Was ist eine Zielfunktion in einem linearen Programm?

A. Eine Nebenbedingung, die eingehalten werden muss
B. Eine lineare Funktion, die maximiert oder minimiert werden soll
C. Die Menge aller zulaessigen Loesungen
D. Ein quadratischer Ausdruck in den Entscheidungsvariablen

Antwort: B
Die Zielfunktion $z = \mathbf{c}^\top \mathbf{x}$ ist eine lineare Funktion der Entscheidungsvariablen, die maximiert oder minimiert wird. Die Linearitaet ist das zentrale Merkmal der linearen Optimierung.

Frage 2

Welche Bedingung gehoert NICHT zu einem linearen Programm?

A. $2x_1 + 3x_2 \leq 12$

B. $x_1 \geq 0$

C. $x_1 \cdot x_2 \leq 10$

D. $x_1 + x_2 = 5$

Frage 2

Welche Bedingung gehoert NICHT zu einem linearen Programm?

A. $2x_1 + 3x_2 \leq 12$
B. $x_1 \geq 0$
C. $x_1 \cdot x_2 \leq 10$
D. $x_1 + x_2 = 5$

Antwort: C
Die Bedingung $x_1 \cdot x_2 \leq 10$ ist nichtlinear (Produkt zweier Variablen). In einem LP muessen Zielfunktion und alle Nebenbedingungen linear sein.

Frage 3

Was bedeutet es, wenn ein Punkt x zulaessig ist?

A. Er maximiert die Zielfunktion
B. Er erfuellt alle Nebenbedingungen und Nichtnegativitaetsbedingungen
C. Er liegt ausserhalb des zulaessigen Bereichs
D. Er ist eine Ecke des Polyeders

Frage 3

Was bedeutet es, wenn ein Punkt x zulaessig ist?

A. Er maximiert die Zielfunktion

B. Er erfuellt alle Nebenbedingungen und Nichtnegativitaetsbedingungen

C. Er liegt ausserhalb des zulaessigen Bereichs

D. Er ist eine Ecke des Polyeders

Antwort: B

Ein zulaessiger Punkt erfuellt saemtliche Nebenbedingungen sowie die Nichtnegativitaetsbedingungen $x_i \geq 0$. Die Menge aller zulaessigen Punkte bildet den zulaessigen Bereich.

Frage 4

Wie heisst die Menge aller zulaessigen Loesungen eines LP geometrisch?

A. Kreis
B. Polyeder (konvexes Polytop)
C. Parabel
D. Ellipse

Frage 4

Wie heisst die Menge aller zulaessigen Loesungen eines LP geometrisch?

A. Kreis
B. Polyeder (konvexes Polytop)
C. Parabel
D. Ellipse

Antwort: B
Der zulaessige Bereich eines LP ist ein konvexes Polyeder (Durchschnitt endlich vieler Halbraeume). In 2D ist es ein konvexes Polygon, in hoeheren Dimensionen ein Polytop.

Frage 5

Ein Baecker produziert Croissants (x_1) und Brezeln (x_2). Der Gewinn ist $z = 2x_1 + 3x_2$. Was sind die Entscheidungsvariablen?

A. Der Gewinn z

B. Die Preise der Produkte

C. Die Stueckzahlen x_1 und x_2

D. Die Nebenbedingungen

Frage 5

Ein Baecker produziert Croissants (x_1) und Brezeln (x_2). Der Gewinn ist $z = 2x_1 + 3x_2$. Was sind die Entscheidungsvariablen?

A. Der Gewinn z

B. Die Preise der Produkte

C. Die Stueckzahlen x_1 und x_2

D. Die Nebenbedingungen

Antwort: C

Die Entscheidungsvariablen x_1 (Croissants) und x_2 (Brezeln) geben an, wie viele Einheiten jedes Produkts hergestellt werden sollen. Der Gewinn z ist die Zielfunktion.

Frage 6

Wie lautet die Standardform eines Maximierungs-LP?

A. maximize $\mathbf{c}^T\mathbf{x}$ s.t. $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$
B. minimize $\mathbf{c}^T\mathbf{x}$ s.t. $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$
C. maximize $\mathbf{c}^T\mathbf{x}$ s.t. $\mathbf{A}\mathbf{x} \geq \mathbf{b}$
D. maximize $\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x}$ s.t. $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$

Frage 6

Wie lautet die Standardform eines Maximierungs-LP?

A. maximize $\mathbf{c}^\top \mathbf{x}$ s.t. $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$

B. minimize $\mathbf{c}^\top \mathbf{x}$ s.t. $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$

C. maximize $\mathbf{c}^\top \mathbf{x}$ s.t. $\mathbf{A}\mathbf{x} \geq \mathbf{b}$

D. maximize $\mathbf{x}^\top \mathbf{A}\mathbf{x}$ s.t. $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$

Antwort: A

Die Standardform: maximiere $\mathbf{c}^\top \mathbf{x}$ unter $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$ und $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$. Alle Nebenbedingungen sind $\leq$-Ungleichungen, alle Variablen nichtnegativ.

Frage 7

Wie wird eine $\geq$-Nebenbedingung in eine $\leq$-Nebenbedingung umgewandelt?

A. Beide Seiten quadrieren

B. Beide Seiten mit -1 multiplizieren

C. Eine Schlupfvariable addieren

D. Die Nebenbedingung weglassen

Frage 7

Wie wird eine $\geq$-Nebenbedingung in eine $\leq$-Nebenbedingung umgewandelt?

A. Beide Seiten quadrieren

B. Beide Seiten mit -1 multiplizieren

C. Eine Schlupfvariable addieren

D. Die Nebenbedingung weglassen

Antwort: B

Aus $2x_1 + x_2 \geq 5$ wird $-2x_1 - x_2 \leq -5$ durch Multiplikation mit -1. Dabei dreht sich das Ungleichungszeichen um.

Frage 8

Wie wandelt man ein Minimierungsproblem in ein Maximierungsproblem um?

A. Man vertauscht die Nebenbedingungen

B. Man negiert die Zielfunktion: $\min\ z = -\max\,(-z)$

C. Man setzt alle Variablen gleich Null

D. Das ist nicht moeglich

Frage 8

Wie wandelt man ein Minimierungsproblem in ein Maximierungsproblem um?

A. Man vertauscht die Nebenbedingungen

B. Man negiert die Zielfunktion: $\min\ z = -\max\,(-z)$

C. Man setzt alle Variablen gleich Null

D. Das ist nicht moeglich

Antwort: B

Es gilt $\min\ \mathbf{c}^\top \mathbf{x} = -\max\,(-\mathbf{c}^\top \mathbf{x})$. Man negiert die Zielfunktion, loest das Max-Problem und negiert den Optimalwert zurueck.

Frage 9

Bei der graphischen Loesung: Was stellen Isoprofitlinien dar?

A. Die Nebenbedingungen

B. Geraden gleichen Zielfunktionswertes $z = c_1x_1 + c_2x_2 = \text{const}$

C. Die Achsenabschnitte

D. Die Ecken des zulaessigen Bereichs

Frage 9

Bei der graphischen Loesung: Was stellen Isoprofitlinien dar?

A. Die Nebenbedingungen

B. Geraden gleichen Zielfunktionswertes $z = c_1x_1 + c_2x_2 = \text{const}$

C. Die Achsenabschnitte

D. Die Ecken des zulaessigen Bereichs

Antwort: B

Isoprofitlinien sind Geraden $c_1x_1 + c_2x_2 = k$ fuer verschiedene k. Man verschiebt sie parallel, bis die letzte den zulaessigen Bereich gerade noch beruehrt.

Frage 10

maximize $z = x_1 + 2x_2$ **mit** $x_1 + x_2 \leq 4$**,** $x_1 \leq 3$**,** $x_2 \leq 3$**,** $x_1, x_2 \geq 0$**. Welcher Eckpunkt liefert das Maximum?**

A. $(0, 0)$

B. $(3, 0)$

C. $(1, 3)$

D. $(3, 1)$

Frage 10

maximize $z = x_1 + 2x_2$ **mit** $x_1 + x_2 \leq 4$**,** $x_1 \leq 3$**,** $x_2 \leq 3$**,** $x_1, x_2 \geq 0$**. Welcher Eckpunkt liefert das Maximum?**

A. $(0, 0)$

B. $(3, 0)$

C. $(1, 3)$

D. $(3, 1)$

Antwort: C

Ecken: $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(3, 1)$, $(1, 3)$, $(0, 3)$. Einsetzen: $z(1, 3) = 1 + 6 = 7$ ist das Maximum.

Frage 11

Warum genuegt es bei der graphischen Methode, nur die Eckpunkte zu pruefen?

A. Weil die Zielfunktion quadratisch ist

B. Weil eine lineare Funktion ueber einem konvexen Polyeder ihr Optimum an einer Ecke annimmt

C. Weil es nur endlich viele Punkte im zulaessigen Bereich gibt

D. Weil die Nebenbedingungen nichtlinear sind

Frage 11

Warum genuegt es bei der graphischen Methode, nur die Eckpunkte zu pruefen?

A. Weil die Zielfunktion quadratisch ist

B. Weil eine lineare Funktion ueber einem konvexen Polyeder ihr Optimum an einer Ecke annimmt

C. Weil es nur endlich viele Punkte im zulaessigen Bereich gibt

D. Weil die Nebenbedingungen nichtlinear sind

Antwort: B

Der Eckpunktsatz: Besitzt ein LP eine optimale Loesung, so gibt es eine optimale Ecke. Eine lineare Funktion auf einem konvexen Polytop nimmt ihr Maximum stets an einer Ecke an.

Frage 12

Was passiert, wenn die Isoprofitlinie parallel zu einer Kante des zulaessigen Bereichs verlaeuft?

A. Das LP hat keine Loesung
B. Es gibt genau eine optimale Loesung
C. Es gibt unendlich viele optimale Loesungen (auf der Kante)
D. Der zulaessige Bereich ist leer

Frage 12

Was passiert, wenn die Isoprofitlinie parallel zu einer Kante des zulaessigen Bereichs verlaeuft?

A. Das LP hat keine Loesung
B. Es gibt genau eine optimale Loesung
C. Es gibt unendlich viele optimale Loesungen (auf der Kante)
D. Der zulaessige Bereich ist leer

Antwort: C
Wenn die Zielfunktion parallel zu einer Kante verlaeuft, nehmen alle Punkte auf dieser Kante denselben (optimalen) Zielfunktionswert an – unendlich viele Optima.

Frage 13

Was besagt der Eckpunktsatz (Fundamentalsatz der LP)?

A. Jedes LP hat genau eine Loesung

B. Wenn eine optimale Loesung existiert, gibt es eine optimale Basisloesung (Ecke)

C. Die optimale Loesung liegt immer im Inneren

D. Jede Ecke ist eine optimale Loesung

Frage 13

Was besagt der Eckpunktsatz (Fundamentalsatz der LP)?

A. Jedes LP hat genau eine Loesung

B. Wenn eine optimale Loesung existiert, gibt es eine optimale Basisloesung (Ecke)

C. Die optimale Loesung liegt immer im Inneren

D. Jede Ecke ist eine optimale Loesung

Antwort: B

Der Fundamentalsatz besagt: Wenn ein LP eine optimale Loesung besitzt, dann gibt es auch eine optimale Basisloesung (Ecke). Nicht jede Ecke ist optimal, aber mindestens eine optimale Ecke existiert.

Frage 14

Wie viele Ecken kann ein zulaessiger Bereich mit n Variablen und m Ungleichungsnebenbedingungen hoechstens haben?

A. $m + n$

B. $m \cdot n$

C. $\binom{m}{n}$

D. 2^m

Frage 14

Wie viele Ecken kann ein zulaessiger Bereich mit n Variablen und m Ungleichungsnebenbedingungen hoechstens haben?

A. $m + n$

B. $m \cdot n$

C. $\binom{m}{n}$

D. 2^m

Antwort: C

Jede Ecke entsteht als Schnittpunkt von genau n der m Nebenbedingungen (als Gleichungen). Es gibt hoechstens $\binom{m}{n}$ solcher Kombinationen.

Frage 15

Was ist eine Schlupfvariable?

A. Eine Variable, die die Zielfunktion maximiert
B. Eine nichtnegative Variable, die eine $\leq$-Ungleichung in eine Gleichung verwandelt
C. Eine negative Hilfsvariable
D. Eine Variable im dualen Problem

Frage 15

Was ist eine Schlupfvariable?

A. Eine Variable, die die Zielfunktion maximiert

B. Eine nichtnegative Variable, die eine $\leq$-Ungleichung in eine Gleichung verwandelt

C. Eine negative Hilfsvariable

D. Eine Variable im dualen Problem

Antwort: B

Die Schlupfvariable $s_i \geq 0$ wird addiert, um aus $a_1x_1 + a_2x_2 \leq b$ die Gleichung $a_1x_1 + a_2x_2 + s_i = b$ zu machen. s_i misst den "Schlupf" der Nebenbedingung.

Frage 16

Gegeben: $x_1 + 2x_2 \leq 10$**. Wie lautet die Gleichung nach Einfuehrung der Schlupfvariable** s_1**?**

A. $x_1 + 2x_2 - s_1 = 10$

B. $x_1 + 2x_2 + s_1 = 10, \; s_1 \geq 0$

C. $x_1 + 2x_2 = 10 + s_1$

D. $x_1 + 2x_2 + s_1 \leq 10$

Frage 16

Gegeben: $x_1 + 2x_2 \leq 10$**. Wie lautet die Gleichung nach Einfuehrung der Schlupfvariable** s_1**?**

A. $x_1 + 2x_2 - s_1 = 10$

B. $x_1 + 2x_2 + s_1 = 10,\ s_1 \geq 0$

C. $x_1 + 2x_2 = 10 + s_1$

D. $x_1 + 2x_2 + s_1 \leq 10$

Antwort: B

Man addiert $s_1 \geq 0$ auf der linken Seite: $x_1 + 2x_2 + s_1 = 10$. Bei Gleichheit ist $s_1 = 0$; bei strikter Ungleichung ist $s_1 > 0$.

Frage 17

Was bedeutet $s_i = 0$ fuer eine Schlupfvariable?

A. Die Nebenbedingung ist verletzt

B. Die Nebenbedingung ist nicht bindend

C. Die Nebenbedingung ist bindend (aktiv, mit Gleichheit erfuellt)

D. Die Variable x_i ist Null

Frage 17

Was bedeutet $s_i = 0$ fuer eine Schlupfvariable?

A. Die Nebenbedingung ist verletzt
B. Die Nebenbedingung ist nicht bindend
C. Die Nebenbedingung ist bindend (aktiv, mit Gleichheit erfuellt)
D. Die Variable x_i ist Null

Antwort: C

Wenn $s_i = 0$, gilt Gleichheit in der Nebenbedingung i. Die Nebenbedingung ist dann bindend (aktiv) – die Ressource i ist vollstaendig ausgeschoepft.

Frage 18

Im Simplex-Tableau: Was enthaelt die unterste Zeile (z-Zeile)?

A. Die Schlupfvariablen
B. Die negativen Koeffizienten der Zielfunktion und den aktuellen Zielfunktionswert
C. Die rechte Seite der Nebenbedingungen
D. Die Basisvariablen

Frage 18

Im Simplex-Tableau: Was enthaelt die unterste Zeile (z-Zeile)?

A. Die Schlupfvariablen

B. Die negativen Koeffizienten der Zielfunktion und den aktuellen Zielfunktionswert

C. Die rechte Seite der Nebenbedingungen

D. Die Basisvariablen

Antwort: B

Die z-Zeile enthaelt die reduzierten Kosten $c_j - z_j$. In der Starttafel stehen dort die negativen Zielfunktionskoeffizienten $-c_j$. Die rechte Seite zeigt den aktuellen Zielfunktionswert.

Frage 19

Wie erkennt man im Simplex-Tableau die Pivotspalte?

A. Spalte mit dem groessten positiven Eintrag in der z-Zeile

B. Spalte mit dem kleinsten (negativsten) Eintrag in der z-Zeile

C. Spalte mit lauter Nullen

D. Die erste Spalte von links

Frage 19

Wie erkennt man im Simplex-Tableau die Pivotspalte?

A. Spalte mit dem groessten positiven Eintrag in der z-Zeile
B. Spalte mit dem kleinsten (negativsten) Eintrag in der z-Zeile
C. Spalte mit lauter Nullen
D. Die erste Spalte von links

Antwort: B
Die Pivotspalte hat den kleinsten (negativsten) Eintrag in der z-Zeile. Diese Variable bringt den groessten Zielfunktionszuwachs pro Einheit.

Frage 20

Wie bestimmt man die Pivotzeile (Ausgangsvariable)?

A. Zeile mit dem groessten Eintrag in der Pivotspalte

B. Zeile mit dem kleinsten nichtnegativen Quotienten b_i/a_{ij} (nur $a_{ij} > 0$)

C. Immer die erste Zeile

D. Zeile mit dem kleinsten b_i

Frage 20

Wie bestimmt man die Pivotzeile (Ausgangsvariable)?

A. Zeile mit dem groessten Eintrag in der Pivotspalte
B. Zeile mit dem kleinsten nichtnegativen Quotienten b_i/a_{ij} (nur $a_{ij} > 0$)
C. Immer die erste Zeile
D. Zeile mit dem kleinsten b_i

Antwort: B

Man berechnet fuer jede Zeile i mit $a_{ij} > 0$ den Quotienten b_i/a_{ij} (Minimum-Ratio-Test). Die Zeile mit dem kleinsten Quotienten ist die Pivotzeile.

Frage 21

Wann ist die optimale Loesung im Simplex-Verfahren erreicht?

A. Wenn alle Eintraege in der rechten Seite Null sind

B. Wenn alle Eintraege in der z-Zeile (ohne RHS) ≥ 0 sind

C. Wenn alle Schlupfvariablen positiv sind

D. Wenn genau n Pivotschritte durchgefuehrt wurden

Frage 21

Wann ist die optimale Loesung im Simplex-Verfahren erreicht?

A. Wenn alle Eintraege in der rechten Seite Null sind

B. Wenn alle Eintraege in der z-Zeile (ohne RHS) ≥ 0 sind

C. Wenn alle Schlupfvariablen positiv sind

D. Wenn genau n Pivotschritte durchgefuehrt wurden

Antwort: B

Das Optimalitaetskriterium: Die Basisloesung ist optimal, wenn alle reduzierten Kosten in der z-Zeile nichtnegativ sind. Dann kann keine Variable die Zielfunktion mehr verbessern.

Frage 22

Gegeben das Simplex-Starttableau:

	x_1	x_2	s_1	s_2	RHS
s_1	1	2	1	0	8
s_2	3	1	0	1	9
z	-2	-3	0	0	0

Welche Variable tritt in die Basis ein?

A. x_1, weil -2 in der z-Zeile steht

B. x_2, weil -3 der kleinste Eintrag in der z-Zeile ist

C. s_1, weil sie bereits Basisvariable ist

D. s_2, weil $9 > 8$

Frage 22

Gegeben das Simplex-Starttableau:

	x_1	x_2	s_1	s_2	RHS
s_1	1	2	1	0	8
s_2	3	1	0	1	9
z	-2	-3	0	0	0

Welche Variable tritt in die Basis ein?

A. x_1, weil -2 in der z-Zeile steht

B. x_2, weil -3 der kleinste Eintrag in der z-Zeile ist

C. s_1, weil sie bereits Basisvariable ist

D. s_2, weil $9 > 8$

Antwort: B

Die Pivotspalte hat den kleinsten Eintrag in der z-Zeile: $-3 < -2$, also tritt x_2 in die Basis ein.

Frage 23

Im selben Tableau: Welche Variable verlaesst die Basis?

A. s_1, denn $8/2 = 4$ ist kleiner als $9/1 = 9$

B. s_2, denn $9/1 = 9$ ist kleiner als $8/2 = 4$

C. x_1, denn sie ist keine Basisvariable

D. Keine, das Tableau ist bereits optimal

Frage 23

Im selben Tableau: Welche Variable verlaesst die Basis?

A. s_1, denn $8/2 = 4$ ist kleiner als $9/1 = 9$

B. s_2, denn $9/1 = 9$ ist kleiner als $8/2 = 4$

C. x_1, denn sie ist keine Basisvariable

D. Keine, das Tableau ist bereits optimal

Antwort: A

Minimum-Ratio-Test in der x_2-Spalte: Zeile 1: $8/2 = 4$, Zeile 2: $9/1 = 9$. Minimum ist 4 (Zeile 1), also verlaesst s_1 die Basis. Pivotelement: $a_{12} = 2$.

Frage 24

Nach einem Pivotschritt mit Pivotelement a_{ij}: Was passiert mit der Pivotzeile?

A. Sie wird unveraendert uebernommen

B. Sie wird durch a_{ij} dividiert, sodass das Pivotelement 1 wird

C. Sie wird mit a_{ij} multipliziert

D. Sie wird geloescht

Frage 24

Nach einem Pivotschritt mit Pivotelement a_{ij}: Was passiert mit der Pivotzeile?

A. Sie wird unveraendert uebernommen

B. Sie wird durch a_{ij} dividiert, sodass das Pivotelement 1 wird

C. Sie wird mit a_{ij} multipliziert

D. Sie wird geloescht

Antwort: B

Die Pivotzeile wird durch das Pivotelement dividiert: neue Zeile$_i$ = alte Zeile$_i$ / a_{ij}. Danach werden alle anderen Zeilen so modifiziert, dass in der Pivotspalte nur Nullen stehen (Gauss-Elimination).

Frage 25

Was ist das duale Problem zum primalen LP
maximize $\mathbf{c}^\top \mathbf{x}$ **s.t.** $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$**?**

A. minimize $\mathbf{b}^\top \mathbf{y}$ s.t. $\mathbf{A}^\top \mathbf{y} \geq \mathbf{c}$, $\mathbf{y} \geq \mathbf{0}$
B. maximize $\mathbf{b}^\top \mathbf{y}$ s.t. $\mathbf{A}^\top \mathbf{y} \leq \mathbf{c}$
C. minimize $\mathbf{c}^\top \mathbf{y}$ s.t. $\mathbf{A}\mathbf{y} = \mathbf{b}$
D. minimize $\mathbf{b}^\top \mathbf{y}$ s.t. $\mathbf{A}^\top \mathbf{y} = \mathbf{c}$, $\mathbf{y} \geq \mathbf{0}$

Frage 25

Was ist das duale Problem zum primalen LP
maximize $\mathbf{c}^\top \mathbf{x}$ **s.t.** $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$**?**

A. minimize $\mathbf{b}^\top \mathbf{y}$ s.t. $\mathbf{A}^\top \mathbf{y} \geq \mathbf{c}$, $\mathbf{y} \geq \mathbf{0}$
B. maximize $\mathbf{b}^\top \mathbf{y}$ s.t. $\mathbf{A}^\top \mathbf{y} \leq \mathbf{c}$
C. minimize $\mathbf{c}^\top \mathbf{y}$ s.t. $\mathbf{Ay} = \mathbf{b}$
D. minimize $\mathbf{b}^\top \mathbf{y}$ s.t. $\mathbf{A}^\top \mathbf{y} = \mathbf{c}$, $\mathbf{y} \geq \mathbf{0}$

Antwort: A
Im dualen LP vertauschen sich $\mathbf{c}$ und $\mathbf{b}$, $\leq$ wird $\geq$, $\mathbf{A}$ wird $\mathbf{A}^\top$, Max wird Min. Die dualen Variablen sind Schattenpreise.

Frage 26

Was besagt der schwache Dualitaetssatz?

A. Primaler und dualer Optimalwert sind immer gleich
B. Jede zulaessige primale Loesung hat einen Zielfunktionswert $\leq$ jeder zulaessigen dualen Loesung
C. Das duale Problem hat keine Loesung
D. Der primale Optimalwert ist immer groesser als der duale

Frage 26

Was besagt der schwache Dualitaetssatz?

A. Primaler und dualer Optimalwert sind immer gleich
B. Jede zulaessige primale Loesung hat einen Zielfunktionswert $\leq$ jeder zulaessigen dualen Loesung
C. Das duale Problem hat keine Loesung
D. Der primale Optimalwert ist immer groesser als der duale

Antwort: B
Der schwache Dualitaetssatz: Fuer jede zulaessige primale Loesung $\mathbf{x}$ und duale Loesung $\mathbf{y}$ gilt $\mathbf{c}^\top \mathbf{x} \leq \mathbf{b}^\top \mathbf{y}$.

Frage 27

Was besagt der starke Dualitaetssatz?

A. Das duale Problem ist immer unloesbar

B. Primales und duales Problem haben verschiedene Optimalwerte

C. Wenn beide Probleme zulaessig sind, stimmen die Optimalwerte ueberein: $\mathbf{c}^\top x^* = \mathbf{b}^\top \mathbf{y}^*$

D. Nur das primale Problem hat eine optimale Loesung

Frage 27

Was besagt der starke Dualitaetssatz?

A. Das duale Problem ist immer unloesbar

B. Primales und duales Problem haben verschiedene Optimalwerte

C. Wenn beide Probleme zulaessig sind, stimmen die Optimalwerte ueberein: $\mathbf{c}^\top x^* = \mathbf{b}^\top \mathbf{y}^*$

D. Nur das primale Problem hat eine optimale Loesung

Antwort: C

Der starke Dualitaetssatz: Wenn beide Probleme zulaessig sind, existieren Optima x^*, $\mathbf{y}^*$ mit $\mathbf{c}^\top x^* = \mathbf{b}^\top \mathbf{y}^*$.

Frage 28

Produktion: Arbeit $2x_1 + x_2 \leq 100$**, Material** $x_1 + 3x_2 \leq 120$**, Gewinn** $z = 5x_1 + 4x_2$**. Was ist das LP-Modell?**

A. Minimiere z unter den gegebenen Nebenbedingungen

B. maximize $z = 5x_1 + 4x_2$ s.t. $2x_1 + x_2 \leq 100$, $x_1 + 3x_2 \leq 120$, $x_1, x_2 \geq 0$

C. Maximiere $z = 5x_1 + 4x_2$ ohne Nebenbedingungen

D. Maximiere $z = x_1 + x_2$ s.t. $5x_1 + 4x_2 \leq 100$

Frage 28

Produktion: Arbeit $2x_1 + x_2 \leq 100$**, Material** $x_1 + 3x_2 \leq 120$**, Gewinn** $z = 5x_1 + 4x_2$**. Was ist das LP-Modell?**

A. Minimiere z unter den gegebenen Nebenbedingungen

B. maximize $z = 5x_1 + 4x_2$ s.t. $2x_1 + x_2 \leq 100$, $x_1 + 3x_2 \leq 120$, $x_1, x_2 \geq 0$

C. Maximiere $z = 5x_1 + 4x_2$ ohne Nebenbedingungen

D. Maximiere $z = x_1 + x_2$ s.t. $5x_1 + 4x_2 \leq 100$

Antwort: B

Das Produktionsplanungsproblem: Maximiere den Gewinn unter Einhaltung der Ressourcenbeschraenkungen und $x_1, x_2 \geq 0$.

Frage 29

Was sind Schattenpreise (duale Variablen) im Kontext der Produktionsplanung?

A. Die Verkaufspreise der Produkte

B. Der marginale Wert einer zusaetzlichen Einheit der jeweiligen Ressource

C. Die Kosten der Schlupfvariablen

D. Die Koeffizienten der Zielfunktion

Frage 29

Was sind Schattenpreise (duale Variablen) im Kontext der Produktionsplanung?

A. Die Verkaufspreise der Produkte

B. Der marginale Wert einer zusaetzlichen Einheit der jeweiligen Ressource

C. Die Kosten der Schlupfvariablen

D. Die Koeffizienten der Zielfunktion

Antwort: B

Der Schattenpreis y_i^* gibt an, um wie viel sich der Optimalwert aendert, wenn b_i um eine Einheit steigt. Er misst den marginalen Wert der Ressource.

Frage 30

Was passiert, wenn im Simplex-Verfahren alle Eintraege in der Pivotspalte ≤ 0 sind?

A. Das Optimum ist erreicht

B. Man waehlt die Zeile mit dem kleinsten Eintrag

C. Das LP ist unbeschraenkt – die Zielfunktion kann beliebig gross werden

D. Der zulaessige Bereich ist leer

Frage 30

Was passiert, wenn im Simplex-Verfahren alle Eintraege in der Pivotspalte ≤ 0 sind?

A. Das Optimum ist erreicht
B. Man waehlt die Zeile mit dem kleinsten Eintrag
C. Das LP ist unbeschraenkt – die Zielfunktion kann beliebig gross werden
D. Der zulaessige Bereich ist leer

Antwort: C

Sind alle Eintraege in der Pivotspalte ≤ 0, kann die Eingangsvariable beliebig vergroessert werden, ohne eine Nebenbedingung zu verletzen. Die Zielfunktion waechst unbeschraenkt.