

Vektoren und Matrizen

Was steckt dahinter? – Einfuehrung

BSc Analysis

Stellen Sie sich vor, Sie geben jemandem eine Wegbeschreibung:

“3 Schritte nach rechts,
4 Schritte nach oben”

Das ist ein **Vektor**: $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

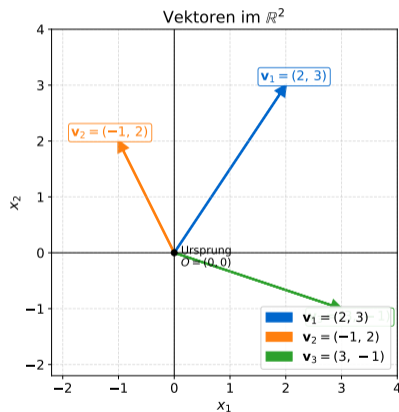
Er sagt zwei Dinge:

- **Richtung** – wohin geht es?
- **Laenge** – wie weit?

Alltagsbeispiele:

- GPS-Navigation: Position + Fahrtrichtung
- Wetterbericht: Windstaerke + Windrichtung
- Boerse: Kursaenderung nach oben oder unten

Ein Vektor sagt: **WO** geht es hin und **WIE WEIT**?



Vektoren addieren = Wege hintereinander gehen

Erst $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ gehen, dann $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ gehen:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Einfach Komponente fuer Komponente addieren!

Vektor skalieren = Weg verlaengern

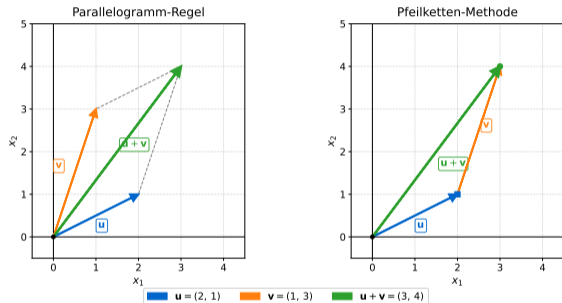
Doppelt so weit gehen:

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Gleiche Richtung, doppelte Strecke.

Vektoren addieren = Wege hintereinander gehen. Skalieren = denselben Weg laenger oder kuerzer machen.

Vektoraddition



Was ist eine Matrix?

Eine Matrix ist wie eine Excel-Tabelle voller Zahlen.

Beispiel: Produktion in zwei Fabriken

	Fabrik A	Fabrik B
Tische	50	30
Stuehle	120	80
Regale	40	60

Als Matrix geschrieben:

$$\begin{pmatrix} 50 & 30 \\ 120 & 80 \\ 40 & 60 \end{pmatrix}$$

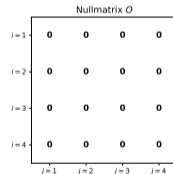
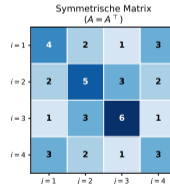
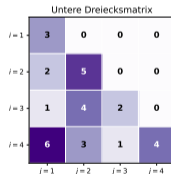
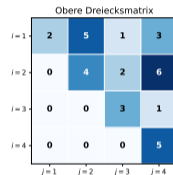
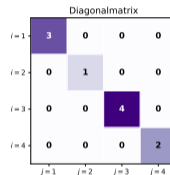
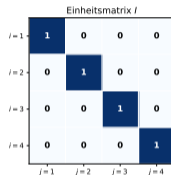
3 Zeilen (Produkte) \times 2 Spalten (Fabriken)

Weitere Beispiele:

- Notentabelle: Schueler \times Faecher
- Fahrplan: Haltestellen \times Uhrzeiten

Eine Matrix ordnet Zahlen in Zeilen und Spalten – wie eine strukturierte Tabelle.

Wichtige Matrixtypen



Vektoren und Matrizen stecken ueberall – drei Beispiele:

Google

PageRank bewertet Webseiten mit einer riesigen Matrix. Jeder Link ist ein Eintrag. Die wichtigste Seite hat den grossten *Eigenwert*.

→ Milliarden Zeilen!

GPS

Ihr Smartphone berechnet die Position als Vektor: Laengengrad, Breitengrad, Hoehe. Die Fahrtrichtung ist ein weiterer Vektor.

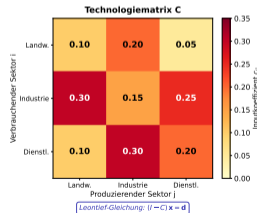
→ Vektor in \mathbb{R}^3

Netflix

Empfehlungen: "Nutzer, die X mochten, moegen auch Y." Eine riesige Nutzer- \times -Film-Matrix wird in kleinere Matrizen zerlegt.

→ Matrixzerlegung

Leontief Input-Output-Modell



Vektoren und Matrizen sind ueberall – von Google bis GPS, von Netflix bis Wirtschaftsmodelle.

Drei Dinge zum Mitnehmen:

1. Ein Vektor = Richtung + Laenge

Wie eine Wegbeschreibung: $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ heisst "3 nach rechts, 4 nach oben".

2. Eine Matrix = Tabelle aus Zahlen

Wie eine Excel-Tabelle: Zeilen und Spalten ordnen Informationen.

3. Damit loest man echte Probleme

Google, GPS, Finanzen, Empfehlungssysteme – alles baut darauf auf.

Merksatz

Vektoren beschreiben **wohin** und **wie weit**. Matrizen organisieren **viele Zahlen** gleichzeitig. Zusammen sind sie das Werkzeug fuer fast jedes Rechenproblem.

Naechster Schritt: Wie man mit Vektoren und Matrizen rechnet – siehe die ausfuehrlichen Folien.